- ***¿Por qué los mamíferos pequeños necesitan comer tanto?***

- ***La proporción superficie/volumen: un problema de los dinosaurios***

- ***La divina proporción***

- ***Proporciones humanas***

  Cuatro artículos sencillos y amenos para relacionar la semejanza (proporción) con aspectos cotidianos.

- ***Ampliaciones y reducciones***

  Brevísima descripción del pantógrafo.

- ***Tangrams***

  Estas propuestas sobre el tangram tradicional y otro triangular tienen algo que ver con la semejanza (algo, pero poco).

## ¿POR QUÉ LOS MAMÍFEROS PEQUEÑOS NECESITAN COMER TANTO?

Piensa en un ratón de unos 6 centímetros de largo (es decir, 30 veces más pequeño que un hombre). Como buen mamífero, animal de sangre caliente, necesita mantener su temperatura constante, lo que consigue, como el hombre, metabolizando lo que come. Así consigue compensar la cantidad de calor que su cuerpo pierde en contacto con el ambiente. Dicha cantidad es proporcional a la superficie de su cuerpo, que será más o menos la del hombre dividida por $30^2$. Su peso, en cambio, es proporcional al volumen, que es como el del hombre dividido por $30^3$. Podemos escribir por tanto:

$$\text{Alimento ratón} = \frac{\text{Alimento hombre}}{30^2}$$

$$\text{Peso ratón} = \frac{\text{Peso hombre}}{30^3}$$

Así resulta:

$$\frac{\text{Alimento ratón}}{\text{Peso ratón}} = 30\,\frac{\text{Alimento hombre}}{\text{Peso hombre}}$$

Es decir, lo que tiene que comer el ratón en relación con su peso viene a ser como 30 veces lo que come el hombre.

Esta proporción aumenta en los mamíferos más pequeños, como las musarañas, por ejemplo, que necesitan comer al día lo que ellas mismas pesan.

**LA PROPORCIÓN SUPERFICIE/VOLUMEN. UN PROBLEMA PARA LOS DINOSAURIOS**

En ciertas regiones de Norteamérica vivieron hace 300 millones de años unos extraños reptiles. Su especie duró unos 55 millones de años. Eran animales de 3,5 metros de largo, caracterizados por una gigantesca aleta en el dorso cuya función ha sido un misterio por mucho tiempo. Este dinosaurio se llama el *Dimetrodon*.

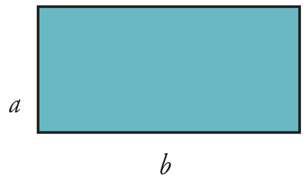
Los reptiles, animales de sangre fría, varían la temperatura de su cuerpo igualándola a la del medio en que se encuentran, pero, naturalmente, entre ciertos límites. Cuando el medio se vuelve demasiado caliente necesitan irradiar calor. La irradiación de calor es proporcional a la superficie, es decir, al cuadrado de la longitud, mientras que el calor que poseen es proporcional al volumen, es decir al cubo de la longitud. Un dinosaurio bien grande se encuentra en apuros cuando el ambiente se caldea. Su superficie es pequeña para irradiar el mucho calor que necesita expulsar debido al mucho volumen que tiene.

Hoy día se piensa que el Dimetrodon desarrolló su aleta, de tamaño más o menos proporcional al volumen de su cuerpo, a fin de resolver el problema de su refrigeración. Al aumentar de esta forma su superficie sin aumentar el volumen conseguía irradiar más calor para mantener su cuerpo a una temperatura más razonable. Ésta fue una primera forma de adapatarse al calentamiento del medio. Más tarde aparecería otra, la de los mamíferos, mucho más eficiente.

## LA DIVINA PROPORCIÓN

Ciertas formas rectangulares, relacionadas con nuestra actividad cotidiana (puertas, ventanas, fachadas, hojas de papel, libros…) guardan entre sus dimensiones, con frecuencia, la relación:

$$\frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339\ldots = \phi$$




Y es que esta proporción nos resulta a los humanos especialmente armoniosa.

Ya era conocida en la Grecia antigua, pues aparece en algunos de sus templos y edificios. Se la designa con la letra griega $\phi$ (fi) en honor al arquitecto Fidias.

Los artistas del Renacimiento la tuvieron muy en cuenta en sus obras.

Leonardo da Vinci llamó a ese número *El Número de Oro* y su amigo fray Luca Paccioli lo menciona en sus escritos como la *divina proporción.*

Para ellos, el cuerpo humano perfecto era el que poseía esa proporción entre la altura y la distancia del ombligo al suelo.

Partenón (Atenas).

### El número aúreo existe

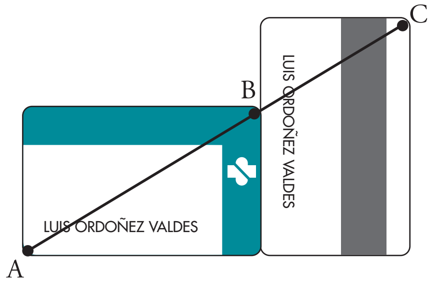
a) Mide y comprueba que la figura que tienes más arriba cumple la proporción áurea.

En ella, además, la altura es igual a la distancia entre los extremos de los brazos en cruz.

b) Comprueba, midiendo, si el cociente de las dimensiones de una tarjeta bancaria es el número de oro $\phi$.

c) Hay una forma sencilla de comprobar si un rectángulo es áureo: se coloca junto a otro igual, tal como indicamos a la derecha. La diagonal *AB* debe pasar por el vértice *C.*

Comprueba por este método si las tarjetas bancarias y otras iguales a ellas son rectángulos áureos.



## PROPORCIONES HUMANAS

Entre las dimensiones $10^{-3}$ y $10^{3}$ m se encuentran casi todos los objetos, edificios y formas de vida que nos rodean. Ninguna forma arquitectónica u objeto elaborado por el ser humano llega a $10^{3}$ = 1 km. Diríamos que se encuentran proporciones humanas en todas aquellas construcciones realizadas por el hombre que tienen a las medidas de éste como referente.

Las proporciones son tenidas en cuenta a la hora de diseñar casas, coches, etc. Toda la historia del arte arquitectónico hasta nuestros días está plagada de hermosas realizaciones teniendo en cuenta nuestro tamaño.

La forma y el tamaño de una catedral están concebidos para impresionar al visitante y predisponerle hacia la espiritualidad.

1. Desde la literatura y el cine de ficción (*Alicia en el país de las maravillas, Los viajes de Gulliver, Parque Jurásico…*) nos llegan continuamente informaciones sobre medidas que debemos saber interpretar. Analiza el siguiente texto de J. Swift de *Los viajes de Gulliver:*

   *"… el dicho Hombre-Montaña recibirá una consignación diaria de viandas y bebidas suficientes al mantenimiento de 1 728 súbditos de Liliput…"*

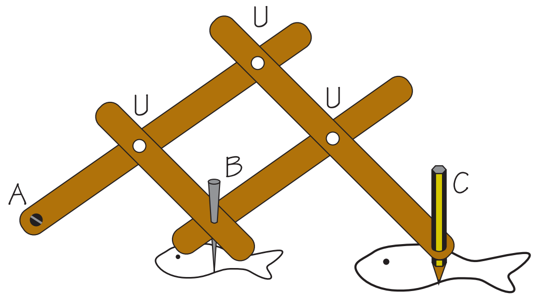
   Gulliver era 12 veces más grande que los liliputienses. Desde un punto de vista matemático, ¿te parece correcta la cantidad de comida? ¿Cómo es posible que necesitara comida como para 1 728 liliputienses y no para 12 como ellos?

2. La torre Eiffel de París mide 300 m de altura, está construida enteramente de hierro y su peso es de 8 millones de kilogramos. ¿Qué altura tendría un modelo de dicha torre de 1 kg de peso?

3. Supón que las sillas normales se han diseñado pensando en un ciudadano medio de 1,70 m de altura. ¿Cuál sería la altura de una silla pensada para ti?

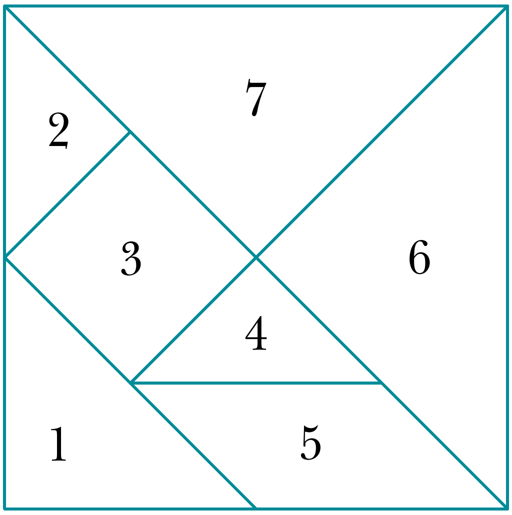
**AMPLIACIONES Y REDUCCIONES**

Actualmente tienes a tu alcance diversas técnicas que te permiten ampliar figuras planas: ordenadores, fotografía, fotocopia... Con un ordenador, incluso puede controlarse un robot que fabrique reproducciones en tres dimensiones. Sin embargo, todo esto es muy reciente. Hasta hace bien poco se utilizaba el pantógrafo, artilugio mecánico de gran sencillez.




A → FIJACIÓN A LA MESA
B → PUNZÓN QUE RECORRE EL ORIGINAL
C → LÁPIZ QUE DIBUJA LA AMPLIACIÓN
U → UNIONES ARTICULADAS

**TANGRAMS**




TANGRAM CHINO

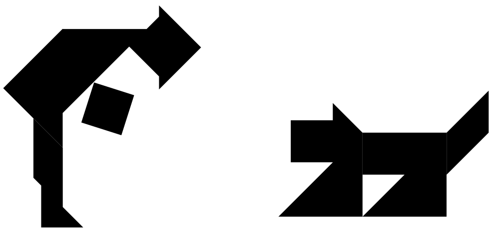
El tangram es un rompecabezas geométrico formado por varias piezas que, juntas, forman un cuadrado, un rectángulo, un paralelogramo…

El tangram que más se ha extendido es el chino. Está formado por 7 piezas con las que podemos hacer diversas figuras, todas de igual superficie, pero de diferente perímetro. En chino se conoce con el nombre de CHI CHAE PAN, que significa *Tabla de la sabiduría* o *Tabla de los siete elementos.* Con estos nombres se indica que para jugar con él hace falta reflexión e inteligencia.

## *Juega con el tangram chino*

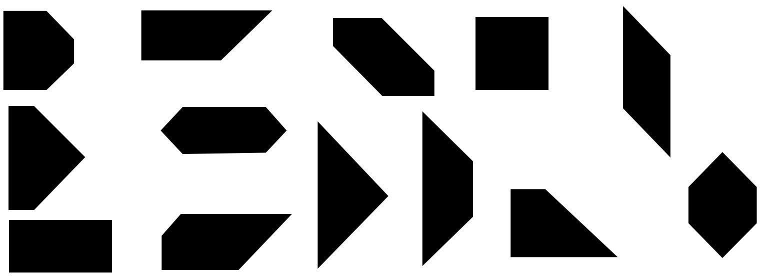
Dibuja en papel cuadriculado (cuadrados de 2 cm de lado) el cuadrado del tangram chino y sus siete piezas. Después lo reproduces sobre cartulina dura o tablex y lo recortas. Para ir familiarizándote con él, trata de componer estas figuras, utilizando en cada caso todas las piezas.

Utiliza tu imaginación y creatividad para formar otras figuras.



## *El tangram chino y los polígonos convexos*

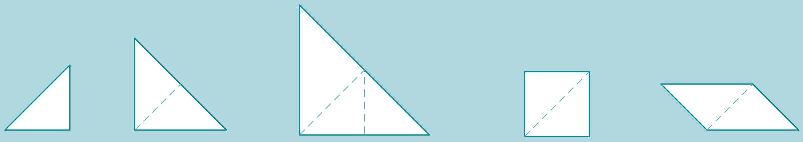
Martin Gardner, un famoso autor norteamericano de libros sobre matemáticas, muestra, en un artículo publicado en 1959, que con las siete piezas del tangram chino sólo se pueden formar 13 polígonos convexos.



Trata de formar, siempre con las siete piezas, cada una de estas figuras, y calcula la medida de su superficie tomando como unidad el triángulo pequeño (pieza nº 2).

## Relaciones entre las piezas del tangram chino

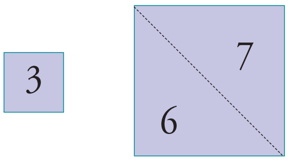
Completa la tabla. Tomando, en cada fila, como unidad de superficie una de las figuras, escribe en la misma fila el área de todas las demás.



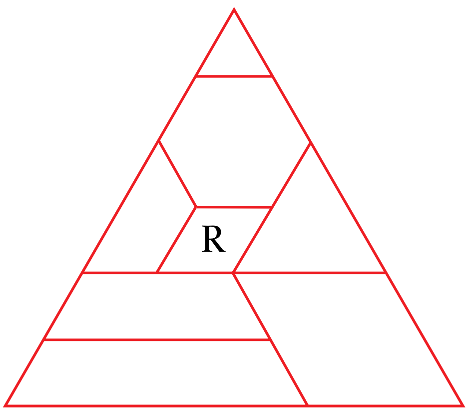
| | | | | | SUPERFICIE TOTAL (7 PIEZAS) |
|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{1\ u^2}$ | $2\ u^2$ | $4\ u^2$ | $2\ u^2$ | $2\ u^2$ | $16\ u^2$ |
| $1/2\ u^2$ | $\boxed{1\ u^2}$ | $2\ u^2$ | | | |
| $1/4\ u^2$ | | $\boxed{1\ u^2}$ | | | |
| | | | $\boxed{1\ u^2}$ | | |
| | | | $1\ u^2$ | $\boxed{1\ u^2}$ | |

## Semejanza

Utilizando algunas piezas del tangram, construye figuras semejantes. Dibújalas en papel cuadriculado y anota la relación entre sus lados y sus áreas.
Por ejemplo, utilizando las piezas con los números 3, 6 y 7.




## Tangram de 8 elementos




a) Construye, utilizando las 8 piezas, un trapecio.

b) Construye, también con todas las piezas, un paralelogramo cuya altura sea la mitad que la del triángulo equilátero de la ilustración.

c) Si la base del triángulo mide uno, ¿cuánto mide la del paralelogramo del apartado anterior?

d) Calcula la superficie de cada pieza tomando como unidad la del rombo R.